

ANÁLISIS ESPECTRAL DE SEÑALES SÍSMICAS Y DE EMISIÓN ACÚSTICA. DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS EN UN MODELO DE SUS FUENTES

Dino Filipussi⁽¹⁾, Rosa Piotrkowski^(1,2), José Ruzzante⁽³⁾

⁽¹⁾Escuela de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de San Martín (UNSAM), M. Irigoyen 3100, Prov. Buenos Aires, Argentina, dfilipus@unsam.edu.ar

⁽²⁾Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires (UBA), Av. Paseo Colón 850, Ciudad de Buenos Aires, Argentina, piotrkow@mail.retina.ar

⁽³⁾ICES - Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), Av. Gral. Paz 1499, San Martín, Prov. de Buenos Aires, Argentina. Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Delta, San Martín 1171, Campana, Prov. de Buenos Aires, Argentina, ruzzante@cnea.gov.ar

RESUMEN

En geofísica se describen las fallas sísmicas y el campo de deformación de la tierra con modelos matemáticos basados en principios de la teoría de la elasticidad de los medios continuos. Los modelos están formulados con ecuaciones integrales en términos de la función de Green que describen la respuesta del medio continuo a una falla. Esta teoría permite a partir del espectro de la señal medida por un sismógrafo predecir la dimensión de una fractura sísmica. En este trabajo se describe esta técnica a la predicción del tamaño de fractura a partir del análisis espectral de la señal. Una consecuencia del modelo de falla es que el espectro del campo de desplazamiento del medio material en un punto lejano del mismo presenta una frecuencia esquina. Esta se define en la zona intermedia del espectro de la señal sísmica como la intersección de las tendencias a baja y alta frecuencia. Se prueba que hay una relación de proporcionalidad inversa entre la frecuencia esquina y el tamaño de la fractura sísmica. La constante de proporcionalidad depende de la velocidad del sonido en el material, si este es dúctil o frágil y del ángulo de detección de la señal. El modelo demuestra ser robusto en el dominio de las frecuencias, pues en este trabajo se demuestra su validez en el rango del ultrasonido, cuando la falla es una fractura propagándose en una muestra metálica, detectándose como emisión acústica por un detector piezoeléctrico.

Palabras clave: Análisis de Señales, Fractura en Materiales, Frecuencia esquina, Emisión Acústica

INTRODUCCIÓN

El estudio del mecanismo de una fuente sísmica comprende diversos temas: la teoría de los modelos cinemáticos (tanto puntuales como extensos); la teoría de la dinámica de la fractura (relaciona los desplazamientos sobre el plano de falla con las condiciones de esfuerzos, la resistencia del material y la propagación de la falla) [1]; el problema de la disipación de la energía en la fuente sísmica y su propagación en las ondas sísmicas; los métodos en la determinación del mecanismo focal (inversión del tensor momento sísmico) y los métodos de análisis de formas de onda [2]. Estos modelos tienen como fin determinar el campo de desplazamiento producido por una falla sísmica. Se puede determinar la naturaleza de un foco

sísmico comparando estos desplazamientos con los observados [3] [4]. La fractura del material es fuente de ondas elásticas considerada como un foco extenso de forma rectangular. El campo de desplazamiento en un punto lejano, donde la señal sísmica es detectada, se obtiene a partir de los teoremas de reciprocidad y representación. El teorema de representación relaciona un par de soluciones del campo de desplazamiento de la ecuación diferencial de los medios elásticos. El teorema de representación permite expresar una de estas soluciones en relación con la función de Green que describe el comportamiento elástico del medio material [1]. El resultado de la aplicación de estos teoremas es la expresión del campo de desplazamiento en un punto lejano en función del tensor de momento sísmico [5]. Un análisis del espectro de la señal obtenida, como solución de la función de Green en un medio lineal, isótropo y homogéneo y para un modelo de fractura rectangular unidireccional, permite identificar una frecuencia característica, denominada frecuencia esquina [6], [7]. Esta frecuencia separa al espectro de la señal sísmica en dos zonas: una de amplitud de la señal aproximadamente constante a bajas frecuencias y otra zona donde la amplitud decae con una relación potencial. Siguiendo trabajos anteriores [8], [9], el modelo se aplica a la emisión acústica producida por el campo lejano de una fractura en una muestra metálica. La emisión acústica opera sobre distintas escalas espaciales y temporales abarcando desde la ruptura de ligaduras atómicas a fallas sísmicas. Por ello la información sísmica y la emisión acústica son complementarias tanto en sus aplicaciones como en su base teórica.

FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE LA ELASTICIDAD

El fundamento del modelo de foco sísmico que describe una fractura sísmica y su onda de propagación es la teoría básica de la dinámica de la elasticidad. Un medio material que es sometido a esfuerzos experimenta deformaciones. Cada punto \mathbf{x} del medio, inicialmente no deformado, está asociado a un vector $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ que indica el desplazamiento del punto material que habrá de sufrir en la deformación para cada instante de tiempo t . El estado local de deformaciones del medio (desplazamiento relativo) es determinado por el tensor de deformaciones definido de la forma

$$e_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2 = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad (1)$$

La ecuación (2) es la fórmula integral de Newton donde se supone que \mathbf{u} es una solución del campo de desplazamiento cuando actúa sobre el medio una fuerza en volumen $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$

$$\iiint_V \rho \ddot{\mathbf{u}} dV = \iiint_V \mathbf{f} dV + \iint_S \mathbf{T}(\mathbf{n}) dS \quad (2)$$

ρ es la densidad del medio material y $\mathbf{T}(\mathbf{n})$ son las fuerzas de tracción de normal exterior \mathbf{n} . Para analizar las fuerzas internas que actúan mutuamente entre los puntos materiales se introduce el concepto de tensor de tensiones o de esfuerzos \mathbf{c} y se obtiene la siguiente combinación lineal

$$T_i = c_{ji} n_j \quad (3)$$

Se usó la convención de que los índices repetidos corresponden a una sumatoria.

La ecuación dinámica de Newton (4) para cada punto material se obtiene de combinar (2) y (3) y de aplicar el teorema de la divergencia

$$\frac{\partial c_{ji}}{\partial x_j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

Considerando que en un medio lineal es válida la ley de Hook: las tensiones en el medio material son proporcionales a las deformaciones. En forma tensorial cada componente del tensor de tensiones es una combinación lineal de todas las componentes del tensor de deformación de la forma

$$c_{ij} = c_{ijpq} e_{pq} \quad (5)$$

donde c_{ijpq} son las constantes elásticas del medio.

Finalmente se obtiene la ecuación de la elasticidad de los medios elásticos

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (c_{ijpq} \frac{\partial u_p}{\partial x_q}) + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (6)$$

En el caso de que el medio material fuera no homogéneo las constantes elásticas son funciones del punto material $c_{ijpq}(\mathbf{x})$. Para un medio material isótropo se prueba que las constantes elásticas dependen sólo de las constantes λ y μ de Lamé de la forma

$$c_{ijpq} = \lambda \delta_{ij} \delta_{pq} + \mu (\delta_{ip} \delta_{jq} + \delta_{iq} \delta_{jp}) \quad (7)$$

donde δ_{ij} es la función delta de Kronecker: $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$.

Se introduce el formalismo de la función de Green desde la teoría de sistemas considerando que la ecuación (6) describe a un sistema en el cual la señal de entrada es la fuerza por unidad de volumen y la señal de salida el campo de desplazamiento. Consideremos una señal de entrada impulsiva de la forma

$$f_i(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \delta(t - \tau) \delta_{in} \quad (8)$$

donde $\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})$ y $\delta(t - \tau)$ son las funciones delta de Dirac que especifican la posición espacial y el instante de acción del impulso y δ_{in} indica la dirección de aplicación de la fuerza: $f_i = 0$ para $i \neq n$.

Luego la función de Green $G_{in}(\mathbf{x}, t; \boldsymbol{\xi}, \tau)$ es la respuesta impulsiva del campo de desplazamiento del sistema y por tanto verifica la ecuación (6) de la forma

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (c_{ijpq} \frac{\partial G_{pn}}{\partial x_q}) + \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \delta(t - \tau) \delta_{in} = \rho \frac{\partial^2 G_{in}}{\partial t^2} \quad (9)$$

Las condiciones iniciales son nulas es decir $G = 0$ y $\partial_t G = 0$ para $t < \tau$ y $\mathbf{x} \neq \boldsymbol{\xi}$. Esta ecuación tiene solución única si se especifica además las condiciones de contorno sobre la superficie S , y en ese caso se plantearán una variedad de condiciones de contorno para diferentes aplicaciones.

Si las condiciones de contorno son independientes del tiempo (S es fijo) entonces la función de Green dependerá de t y de τ solo en la combinación $t - \tau$ de la forma

$$G_{ij}(\mathbf{x}, t; \boldsymbol{\xi}, \tau) = G_{ij}(\mathbf{x}, t - \tau; \boldsymbol{\xi}, 0) \quad (10)$$

MODELO DE FRACTURA Y DE PROPAGACIÓN DE ONDA

La fuente de fractura es modelada por una representación integral del campo de desplazamiento para un medio elástico, homogéneo, isótropo e infinito. El punto de partida de este modelo es la aplicación de los teoremas de reciprocidad y representación. Estas son soluciones de la ecuación diferencial dinámica de los medios elásticos. El teorema de reciprocidad relaciona un par de soluciones del campo de desplazamiento para un medio material elástico de volumen V y superficie S . Consideremos $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ una solución del campo de desplazamiento cuando actúa sobre el medio una fuerza en volumen $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ con condiciones de contorno sobre S y condiciones iniciales a tiempo $t = 0$ y sea $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ otra solución del campo de desplazamiento cuando actúa una fuerza en volumen $\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$ con condiciones iniciales y de contorno en general diferentes que para \mathbf{u} . Para distinguir la tracción sobre la superficie en los dos casos, de normal \mathbf{n} , se usa la notación $\mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n})$ para la tracción debida al desplazamiento \mathbf{u} y, similarmente, $\mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{n})$ para la tracción debida a \mathbf{v} . La relación de reciprocidad entre \mathbf{u} y \mathbf{v} encontrado por Betti es de la forma

$$\iiint_V (\mathbf{f} - \rho \ddot{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{v} dV + \iint_S \mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dS = \iiint_V (\mathbf{g} - \rho \ddot{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{u} dV + \iint_S \mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u} dS \quad (11)$$

La operación punto indica el producto escalar de vectores. El campo de desplazamiento es formulado en términos de la función de Green que tiene en cuenta la propagación en el medio material de la onda elástica desde la fuente (punto fuente) al punto de observación (punto campo) donde se calculan los desplazamientos elásticos como se muestra a continuación

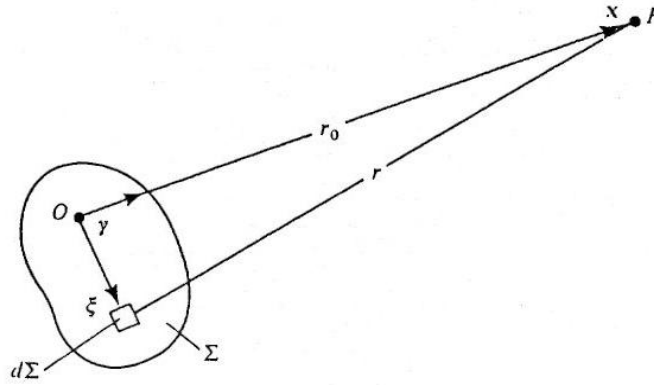


Figura 1. Esquema del punto fuente (fuente sísmica) y punto campo (punto de detección del campo de desplazamiento) que resulta en la señal sísmica.

Reordenando la ecuación (11) e integrando en el tiempo pueden considerarse las condiciones iniciales.

$$\iiint_V (\mathbf{u} \cdot \mathbf{g} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}) \cdot dV - \iint_S [\mathbf{v} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n}) - \mathbf{u} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{n})] dS = \iiint_V \rho (\ddot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{u} - \ddot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v}) dV \quad (12)$$

Las cantidades \mathbf{u} , $\ddot{\mathbf{u}}$, $\mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n})$ y \mathbf{f} son evaluadas en un tiempo t_1 pero \mathbf{v} , $\ddot{\mathbf{v}}$, $\mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{n})$ y \mathbf{g} son evaluadas a un tiempo diferente t_2 . Se elige $t_1 = t$ y $t_2 = \tau - t$, y se integra la ecuación (12) en el intervalo temporal $0 \leq t \leq \tau$.

Entonces se verifica que el segundo miembro de (12) es nulo

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho [\ddot{\mathbf{v}}(\tau - t) \cdot \mathbf{u}(t) - \ddot{\mathbf{u}}(t) \cdot \mathbf{v}(\tau - t)] dt = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{pues } \int_0^{\tau} \rho [\ddot{\mathbf{u}}(t) \cdot \mathbf{v}(\tau - t) - \ddot{\mathbf{v}}(\tau - t) \cdot \mathbf{u}(t)] dt &= \rho \int_0^{\tau} \frac{\partial}{\partial t} [\dot{\mathbf{u}}(t) \cdot \mathbf{v}(\tau - t) - \mathbf{u}(t) \cdot \dot{\mathbf{v}}(\tau - t)] dt \\ &= \rho [\dot{\mathbf{u}}(\tau) \cdot \mathbf{v}(0) - \dot{\mathbf{u}}(0) \cdot \mathbf{v}(\tau) + \mathbf{u}(\tau) \cdot \dot{\mathbf{v}}(0) - \mathbf{u}(0) \cdot \dot{\mathbf{v}}(\tau)] \end{aligned}$$

y entonces se obtiene (13) de considerar que $\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{v}} = 0$ para todo $\tau \leq \tau_0$ si en τ_0 \mathbf{u} y \mathbf{v} son nulos para todo punto del volumen V .

Finalmente se obtiene de (12) el siguiente resultado para los campos de desplazamiento

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} dt \iiint_V (\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}, \tau - t) - \mathbf{v}(\mathbf{x}, \tau - t) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)) \cdot dV \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt \iint_S [\mathbf{v}(\mathbf{x}, \tau - t) \cdot \mathbf{T}(\mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \mathbf{n}) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{T}(\mathbf{v}(\mathbf{x}, \tau - t), \mathbf{n})] dS \end{aligned} \quad (14)$$

Si en la forma integral del teorema de Betty (14) se reemplaza uno de los campos de desplazamientos por la función de Green entonces es posible obtener una representación integral del campo de desplazamiento $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$. Sustituyendo en (14) a \mathbf{g} por una fuerza en volumen impulsiva: $g_i(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \delta(t - \tau) \delta_{in}$ resulta entonces que la correspondiente solución del campo de desplazamiento es: $v_i(\mathbf{x}, t) = G_{in}(\mathbf{x}, t; \boldsymbol{\xi}, 0)$ y se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} u_n(\boldsymbol{\xi}, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt \iiint_V f_i(\mathbf{x}, t) G_{in}(\mathbf{x}, \tau - t; \boldsymbol{\xi}, 0) dV \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_S [G_{in}(\mathbf{x}, \tau - t; \boldsymbol{\xi}, 0) T_i(\mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \mathbf{n}) \\ &- u_i(\mathbf{x}, t) c_{ijpq} n_j \frac{\partial}{\partial x_q} G_{pn}(\mathbf{x}, \tau - t; \boldsymbol{\xi}, 0)] dS \end{aligned} \quad (15)$$

en la cual se utilizó el siguiente

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{T}(\mathbf{v}(\mathbf{x}, \tau - t), \mathbf{n}) &= u_i T_i = u_i c_{ij} n_j = u_i c_{ijpq} e_{pq} n_j \\ &= u_i c_{ijpq} n_j \frac{1}{2} (G_{pn,q} + G_{qn,p}) = u_i c_{ijpq} n_j G_{pn,q} \end{aligned}$$

donde se usó la simetría del tensor de tensiones $c_{ji} = c_{ij}$ y la simetría de la función de Green $G_{pn,q} = G_{qn,p}$. Para tener una expresión que evalúe el campo de desplazamiento en una posición \mathbf{x} a un tiempo t arbitrarios es conveniente en (15) intercambiar los símbolos \mathbf{x} y $\boldsymbol{\xi}$, y los símbolos t y τ lo cual es correcto ya que las variables son mudas. Se obtiene la expresión

$$\begin{aligned}
u_n(\mathbf{x}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iiint_V f_i(\xi, \tau) G_{in}(\xi, t - \tau; \mathbf{x}, 0) dV(\xi) \\
& + \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_S [G_{in}(\xi, t - \tau; \mathbf{x}, 0) T_i(\mathbf{u}(\xi, \tau), \mathbf{n}) \\
& - u_i(\xi, \tau) c_{ijpq}(\xi) n_j \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{pn}(\xi, t - \tau; \mathbf{x}, 0)] dS(\xi)
\end{aligned} \tag{16}$$

El campo de deformación en un punto material resulta así de la contribución debida a la fuerza \mathbf{f} en el volumen V más la contribución debida a la tracción $\mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n})$ en la superficie S y al mismo desplazamiento \mathbf{u} en S . Sin embargo el peso de estas tres contribuciones es insatisfactorio debido a que involucra a la función de Green con fuente en el punto \mathbf{x} y observación en el punto ξ . Notar que en el último término en (16) involucra la diferenciación con respecto a ξ_q . Se quiere que \mathbf{x} sea el punto de observación y que el desplazamiento total pueda ser obtenido como la integral de las contribuciones de los desplazamientos debidos a cada elemento de volumen y superficie. El teorema recíproco de la función de Green debe usarse: $G_{in}(\xi, t - \tau, \mathbf{x}, 0) = G_{in}(\mathbf{x}, t - \tau, \xi, 0)$ pero requiere una condición extra sobre la misma función de Green: que esta satisfaga condiciones de contorno homogéneas sobre S mientras que (17) será válida para cualquier conjunto de funciones de Green con una fuerza impulsiva en la dirección \mathbf{n} para $\xi = \mathbf{x}$ o $\eta = \mathbf{x}$ y $\tau = t$.

Finalmente el teorema de representación toma la forma

$$\begin{aligned}
u_n(\mathbf{x}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iiint_V f_i(\eta, \tau) G_{in}(\mathbf{x}, t - \tau; \eta, 0) dV(\eta) \\
& + \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_S [G_{in}(\mathbf{x}, t - \tau; \xi, 0) T_i(\mathbf{u}(\xi, \tau), \mathbf{n}) \\
& - u_i(\xi, \tau) c_{ijpq}(\xi) n_j \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{pn}(\mathbf{x}, t - \tau; \xi, 0)] dS(\xi)
\end{aligned} \tag{17}$$

donde se indica con diferente notación un punto material η en el volumen de un punto material ξ en la superficie. Un foco sísmico debido a una falla de fractura en el interior de la tierra puede interpretarse como una fuente de onda elástica asociada a una discontinuidad en el campo de desplazamiento del material. Esta discontinuidad ocurre en una superficie en el interior de la tierra que se denomina plano de fractura. La onda elástica es producida por una discontinuidad en los esfuerzos en el volumen de la tierra en un entorno de la fuente de fractura. Ahora se mostrará un modelo del mecanismo producido en el plano de fractura y se obtendrá el campo de desplazamiento resultante de las ondas radiadas de la fuente, aplicando el teorema de representación (17):

$$\begin{aligned}
u_n(\mathbf{x}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_{\Sigma} \Delta u_i(\xi, \tau) c_{ijpq}(\xi) n_j \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{pn}(\mathbf{x}, t - \tau; \xi, 0) d\Sigma \\
= & \iint_{\Sigma} n_j c_{ijpq} \Delta u_i * G_{np,q} d\Sigma = (M_{pq} * G_{np,q})(\mathbf{x}, t)
\end{aligned} \tag{18}$$

donde $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ es el campo de desplazamiento del material;

$\Delta \mathbf{u}(\xi, \tau) = \mathbf{u}(\xi, \tau)|_{\Sigma^+} - \mathbf{u}(\xi, \tau)|_{\Sigma^-}$ es la discontinuidad del campo de desplazamiento sobre el plano de fractura (Σ^+ y Σ^- indican las caras adyacentes al plano de fractura); $c_{ijpq}(\mathbf{x})$ las constantes elásticas del medio material; \mathbf{n} es el versor normal interior al plano de fractura y $G_{in}(\mathbf{x}, t; \xi, \tau)$ la función de Green. La expresión (1) final introduce una operación de convolución $*$ y es la representación del campo de desplazamiento para una fuente de fractura donde se introduce el tensor de momento sísmico [5] ver expresión (2).

$$M_{pq} = \iint_{\Sigma} n_j c_{ijpq} \Delta u_i d\Sigma \quad (19)$$

Resolviendo la ecuación de la dinámica de los medios elásticos (2) para una fuerza en volumen impulsiva se obtiene la solución de la función de Green (3)

$$G_{ip}(\mathbf{x}, t; \xi, \tau) = \frac{1}{4\pi\rho} (3\gamma_i \gamma_p - \delta_{ip}) \frac{1}{r^3} \int_{r/\alpha}^{r/\beta} t' \delta(t - \tau - t') dt' + \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} \gamma_i \gamma_p \frac{1}{r} \delta(t - \tau - \frac{r}{\alpha}) - \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} (\gamma_i \gamma_p - \delta_{ip}) \frac{1}{r} \delta(t - \tau - \frac{r}{\beta}) \quad (20)$$

en (5) se determinaron las velocidades de onda longitudinal (onda P, prima) y onda transversal (onda S, segunda) que caracterizan las ondas radiadas por una fractura

$$\alpha = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho} \text{ y } \beta = \sqrt{\mu / \rho} \quad (21)$$

donde ρ es la densidad del medio material, λ y μ son las constantes elásticas de Lamé, La cantidad $r = |\mathbf{x} - \xi|$ es la distancia del punto fuente ξ al punto campo \mathbf{x} de observación. La cantidad $\gamma_i = x_i / r$ es el coseno director del vector \mathbf{x} en la dirección del eje $\hat{\mathbf{x}}_i$.

Finalmente se obtiene la expresión final (22) para el campo de desplazamiento observado a campo lejano para una fractura en un medio lineal, homogéneo e isótropo.

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \frac{\gamma_i}{4\pi\rho\alpha^3 r} \cdot c_{jkpq} \gamma_p \gamma_q v_k n_j \cdot \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\xi, t - \frac{r}{\alpha}) d\Sigma + \frac{\delta_{ip} - \gamma_i \gamma_p}{4\pi\rho\beta^3 r} \cdot c_{jkpq} \gamma_q v_k n_j \cdot \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\xi, t - \frac{r}{\beta}) d\Sigma \quad (22)$$

Se observa que en esta expresión la dependencia temporal es determinada por la forma integral siguiente

$$\Omega(\mathbf{x}, t) = \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\xi, t - \frac{r}{c}) d\Sigma = \iint_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\xi, t - \frac{r_0 - (\xi \cdot \gamma)}{c}) d\Sigma \quad (23)$$

donde c es la velocidad de propagación de onda en el medio material.

Para un modelo de fractura rectangular unidireccional resulta para la discontinuidad del campo de desplazamiento sobre el plano de fractura

$$\Omega(\mathbf{x}, t) = D \int_0^L \dot{f}\left(t - \frac{r_0}{c} - \xi_1 \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \theta}{c}\right)\right) d\xi_1 \quad (24)$$

$$\Delta u(\xi, t) = \begin{cases} f\left(t - \frac{\xi_1}{v}\right) & 0 < \xi_1 < L, \quad 0 < \xi_2 < D \\ 0 & \xi_1 < 0, \quad \xi_1 > L, \quad 0 < \xi_2 < D \\ 0 & \xi_2 < 0, \quad \xi_2 > D \end{cases} \quad (25)$$

$$\Omega(\mathbf{x}, t) = \int_0^D \int_0^L \dot{f}\left(t - \frac{r_0}{c} - \frac{\xi_1}{v} + \frac{\xi_1 \gamma_1 + \xi_2 \gamma_2}{c}\right) d\xi_1 d\xi_2 \quad (26)$$

donde v es la velocidad de propagación de la fractura, D y L son el ancho y el largo de la fractura, r_0 la posición del punto campo donde se mide el campo de desplazamiento, θ el ángulo de detección y $f(t)$ es la función temporal de la discontinuidad de la fuente que se modela por la expresión

$$f(t) = U[1 - \exp(-t/T)]H(t) \quad (27)$$

donde U es el valor máximo alcanzado por la discontinuidad del desplazamiento, T el tiempo de subida y $H(t)$ la función de Heaviside. Ver Fig. 1 y Fig.2.

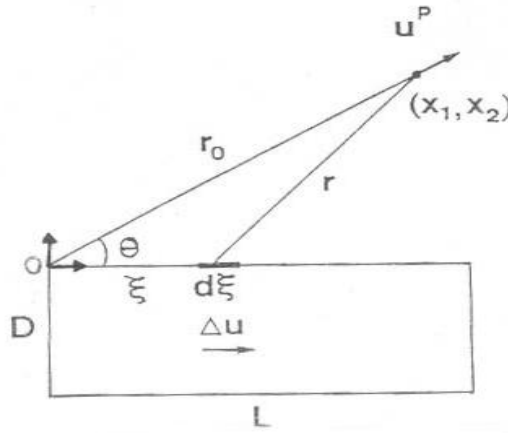


Figura 2. Modelo de fractura rectangular unidireccional de la fuente sísmica.

ANÁLISIS ESPRECTRAL DE LA SEÑAL SÍSMICA

La teoría predice las características del espectro de la señal que llega al detector calculando la transformada de Fourier de (8), obteniendo

$$\hat{\Omega}(\omega) = \frac{U A \operatorname{sen}(a\omega)}{a\omega T (1/T + j\omega)} e^{-ja(r_0/c + a)} \quad (28)$$

$$|\Omega(\omega)| = \frac{UAT^2}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \left| \frac{\sin(a\omega)}{a\omega} \right| \quad (29)$$

donde $A = DL$ es el área de la fractura, $a = \frac{L}{2\eta c}(1 - \eta \cos \theta)$ y $v = 1/c$, $\nu = 0.9$ para un material frágil y $\nu = 0.2$ para un material dúctil. Analizando la expresión (11) se obtiene que para bajas frecuencias, $a \rightarrow 0$, el espectro en módulo es constante y vale $\Omega_0 = UAT^2$ y para altas frecuencias, $a \rightarrow +\infty$, el espectro en módulo decae como a^{-2} de la forma $|\Omega(\omega)| = UAT/2a\omega^2$. La intersección de las dos tendencias a baja y alta frecuencia determina la frecuencia esquina $\omega_c^2 = 1/2aT$.

En resumen el análisis del espectro de la señal sísmica permite identificar una frecuencia esquina que separa al espectro de la señal en dos zonas: una de amplitud de la señal aproximadamente constante a bajas frecuencias y otra zona donde la amplitud decae con una relación potencial. El espectro de Fourier en módulo de la señal en un gráfico logarítmico-logarítmico es plano a bajas frecuencias y luego decrece linealmente como una recta de pendiente - 2. El punto de quiebre del espectro se denomina frecuencia esquina. Ver Fig. 3

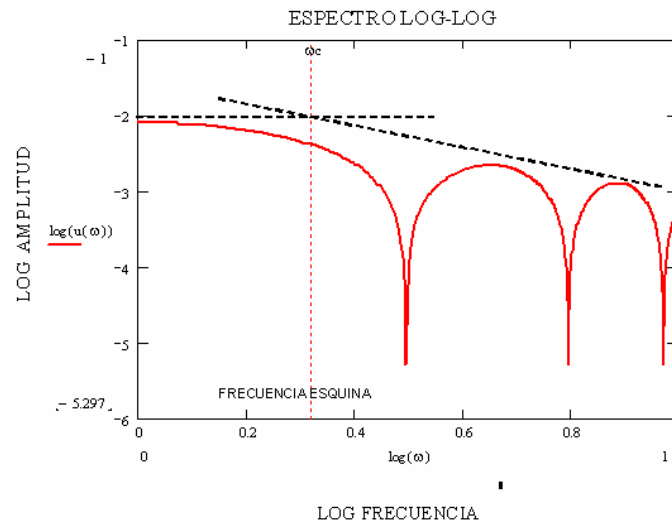


Figura 3. Espectro simulado de una señal sísmica donde se determina la frecuencia esquina.

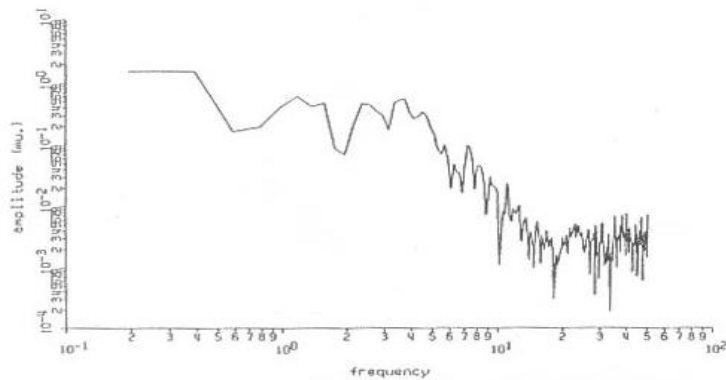


Figura 4. Espectro real de una señal sísmica donde $f_c = 4\text{Hz}$

Estimando la duración del tiempo de subida de la discontinuidad del campo de desplazamiento en un 90% del valor máximo para un avance de la fractura en una distancia mitad del ancho de la fractura, resulta $2.3T = D/2v$ [7], entonces finalmente resulta la expresión final de la frecuencia esquina

$$f_c = \frac{0.34 \eta c}{L_c \sqrt{1 - \eta \cos \theta}} \quad (30)$$

donde $L_c = \sqrt{A}$ es la longitud característica de la fractura que indica el valor de su tamaño.

En este modelo de fractura rectangular dada por (25) la frecuencia esquina es inversamente proporcional al tamaño de la fractura. La constante de proporcionalidad depende de la velocidad del sonido c en el material, si este es dúctil o frágil η y del ángulo θ de detección de la señal. Por lo tanto es posible determinar el tamaño de la fractura a partir de los espectros de amplitudes de la señal de emisión acústica.

En la Fig. 4 se grafica la dependencia (30) entre la frecuencia esquina y el tamaño de la fractura.

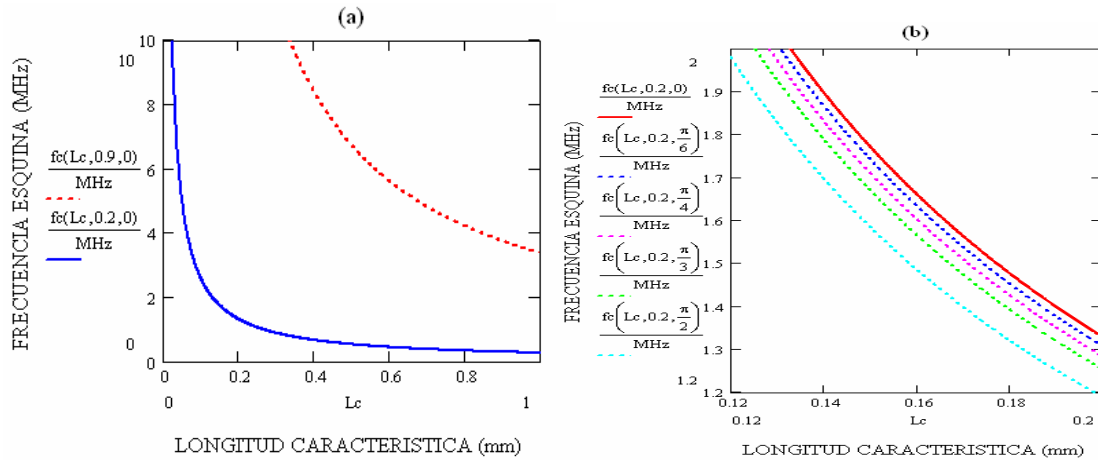


Figura 4. Relación frecuencia esquina y tamaño de la fractura. (a) Diferentes frecuencias entre un material dúctil (continuo) y un material frágil (trazos). (b) Diferentes frecuencias para distintos ángulos de detección 0°, 30°, 45°, 60°, 90° (trazos).

A continuación se muestra una tabla con distintos valores (en ordenes de magnitud) de frecuencia esquina y su correspondiente dimensión característica de tamaño de falla para una velocidad de onda de $c = 5000 \text{ m/s}$ calculadas con la ecuación (30) para un ángulo de detección de 0° y un material dúctil

DIMENSION CARACTERÍSTICA	FRECUENCIA ESQUINA
1Km	3 Hz
100m	30 Hz
10 cm	30 kHz
5 cm	60 kHz
1 cm	300 kHz
5 mm	600 kHz
1 mm	3 MHz

APLICACIÓN A LA EMISIÓN ACÚSTICA

La Emisión Acústica (EA) es el fenómeno por el cual se libera energía en forma de ondas elásticas en el interior de un material sometido a algún tipo de sollicitación externa. Las fuentes de EA tienen su origen en el campo de tensiones dentro del material y están relacionadas con procesos de deformación, crecimiento de fisuras, movimiento de dislocaciones, rotura de inclusiones, etc. [10]. Las ondas elásticas de EA que se propagan dentro del material, llegan a su superficie y son detectadas por sensores de cristal piezoeléctrico que convierten la vibración mecánica en señal eléctrica para su posterior procesamiento y análisis. La señal de EA es descrita en forma elemental por eventos o bursts como se muestra en la Fig. 5 y pueden ser estudiadas por medio de sus parámetros: Amplitud, Duración y Risettime (tiempo de subida). Para definir la duración se debe fijar previamente un umbral de tensión, siendo la duración el tiempo que transcurre entre la primera y la última vez que la señal sobrepasa el umbral. Las señales de EA son complejas debido a la gran variedad de los procesos físicos involucrados.

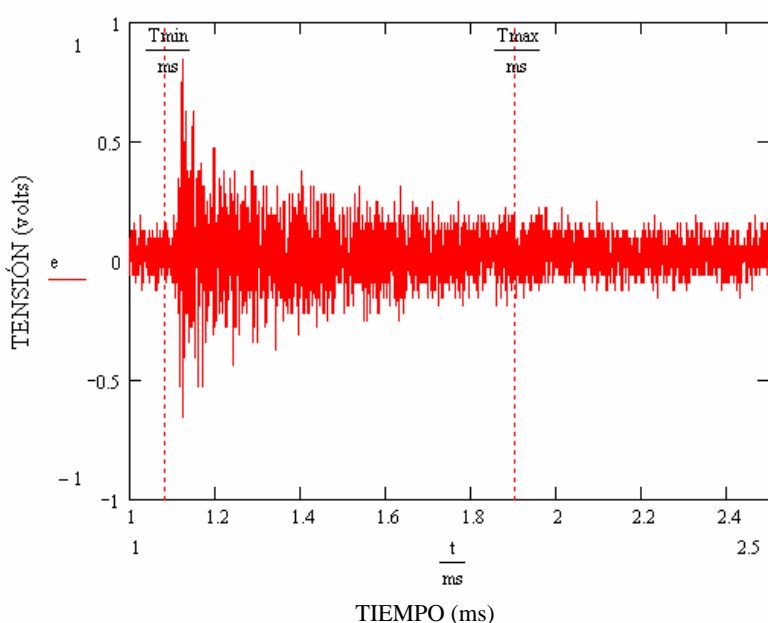


Figura 5. Señal de emisión acústica

Los datos experimentales considerados en este trabajo, corresponden a ensayos de deformación y propagación de fisuras en tubos de acero sin costura. Las probetas fueron de un diámetro exterior de 138-140 mm, un ancho de 20 mm y un espesor de 14.5-16 mm. Se les eliminó un segmento de cuerda de 70 mm para insertarlas en el dispositivo de deformación. En la parte superior interna se les hizo un adelgazamiento para concentrar la deformación en esa zona. Las señales fueron captadas con un sensor de banda ancha PAC WD, considerado aproximadamente lineal en el rango de frecuencia de 100-800 KHz, y procesadas con el sistema AEDOS CISE de EA. Fueron digitalizadas con un osciloscopio digital LeCroy con una frecuencia de muestreo de 2.5 MHz y 8 bits correspondiendo cada señal a un archivo de 2502 puntos. El propósito es aplicar el análisis del espectro de señales sísmicas a la emisión acústica con el objetivo de predecir dimensiones de fallas en materiales a partir del espectro de emisión acústica. Para las señales de emisión acústica de este experimento (aproximadamente 20 eventos) se procedió a determinar los espectros de Fourier, para la señal de la Fig. 5 se obtuvo el espectro de la Fig. 6 y a continuación se representó el espectro en una escala logaritmo-logaritmo como se muestra en la Fig. 7.

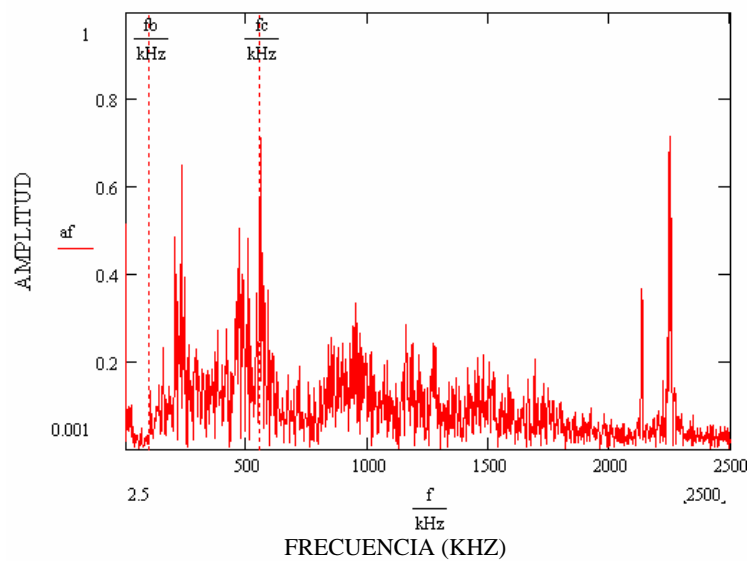


Figura 6. Espectro de Fourier de la señal de la Fig. 5

En el espectro se indica las bajas frecuencias 300KHz y la frecuencia esquina 550KHz que se obtiene de la Fig. 7 donde el espectro comienza a decrecer y se corresponde con un pico máximo en el espectro de la Fig. 6. Este último comportamiento se observó para todos los eventos analizados. De esta forma se observa que el espectro de Fourier para las señales de emisión acústica es similar al analizado y observado en sismología.

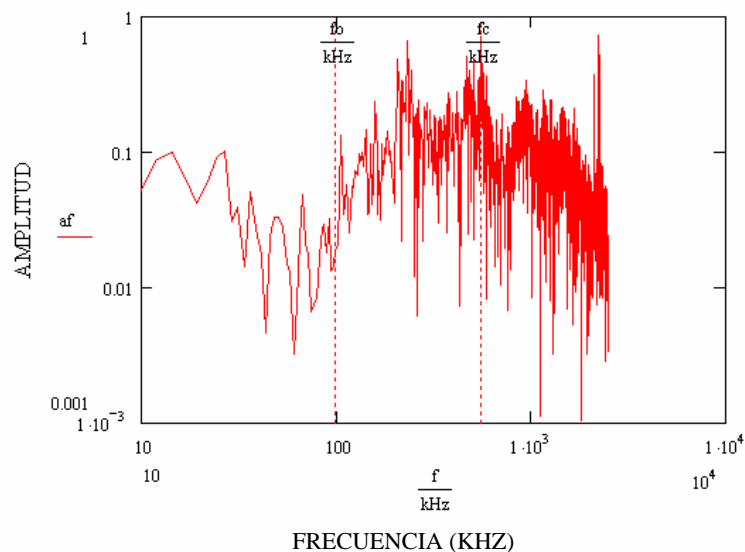


Figura 7. Espectro en escala logaritmo-logaritmo

CONCLUSIONES

Los resultados encontrados en el análisis de las señales de emisión acústica para el espectro de los eventos muestran que cualitativamente se obtiene los mismos resultados que para los espectros de las señales sísmicas. El espectro de Fourier logarítmico - logarítmico, por arriba de la frecuencia mínima de respuesta del sensor 100 KHz, es aproximadamente constante y luego a partir de cierta frecuencia la intensidad del espectro decae hasta la máxima frecuencia de

respuesta del sensor 800 kHz. Además la frecuencia esquina que separa las dos zonas de interés coincide en el espectro de Fourier con un pico máximo, indicando que a esa frecuencia se produce una transferencia de energía en el sistema que explica el cambio de comportamiento del espectro. Los supuestos de la teoría desarrollada en este trabajo no muestran hipótesis especiales exclusivas al campo de la sismología y aunque algunas propiedades físicas podrían diferir como por ejemplo la densidad o constantes elásticas del material (material rocoso del interior de la tierra a diferencia de los tubos de acero analizados en este trabajo) no hay dependencia de este tipo en la relación longitud característica-frecuencia esquina encontrada teóricamente. La teoría de la elasticidad para los medios continuos, aplicada a un medio homogéneo, lineal e isótropo que contiene a una fuente de emisión acústica debida a una fractura en el material, modela satisfactoriamente el comportamiento espectral de los eventos de emisión acústica como se observa de los resultados encontrados en los experimentos realizados. El espectro logarítmico-logarítmico de la señal de emisión acústica presenta un comportamiento aproximadamente constante a bajas frecuencias y decrece como una potencia segunda de la frecuencia a altas frecuencias. El cambio del comportamiento en el espectro se observa en una frecuencia esquina que cae en el rango de frecuencia útil del sensor de emisión acústica para materiales dúctiles. Un sensor de más alta frecuencia útil es necesario en la detección para materiales frágiles. En el proceso de fractura se produce una transferencia de energía que coincide con un máximo relativo en el espectro de amplitudes de la señal de emisión acústica y se corresponde con la frecuencia esquina en un gráfico logarítmico - logarítmico del espectro. En un modelo de fractura de forma rectangular la frecuencia esquina es inversamente proporcional al tamaño de la fractura. La constante de proporcionalidad depende de la velocidad del sonido en el material, si este es dúctil o frágil y del ángulo de detección de la señal. Por lo tanto es posible determinar el tamaño de la fractura midiendo la frecuencia esquina a partir de los espectros de amplitudes en una escala logaritmo - logaritmo de la señal de emisión acústica.

REFERENCIAS

- [1] Aki K, Richards PG: *Quantitative Seismology, Theory and Methods*, 1980, W. H. Freeman and Company, San Francisco, California.
- [2] Buform E, Udías A, Madaragia R: *Mecanismo Focal de los Terremotos*, 1994, Ed. Complutense.
- [3] Kasahara K: *Earthquake Mechanics*, 1981, Cambridge Univ. Press. Cambridge, UK.
- [4] Udías A: "Source Mechanism of Earthquakes", 1991, *Advances in Geophysics*, **33**, 81-140.
- [5] Backus G, Mulcahy M: "Moment tensors and other phenomenological descriptions of seismic sources. I, Continuous displacements", 1976, *Geophys. J.R Astr. Soc.*, **46**, 341-361.
- [6] Molnar P, Tucker BE and Brune JN: "Corner frequencies of P and S waves and models of earthquake sources", 1973, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **63**, 2091-2104.
- [7] Savage JC: "Relation of corner frequency to fault dimensions", 1972, *J. Geophys. Res.*, **77**, 3788-3795.
- [8] Paparo G., Gregori G.P., Coppa U., De Ritis R., Taloni A., "Acoustic Emisión as a diagnostic tool in geophysics", 2002, *Annals of Geophysics*, Vol 45, **2**, 401-416.
- [9] Ruzzante J.E., López Pumarega M.I., Gregori G., Paparo G., Piotrkowski R., Poscolieri M., Zanini A., "Acoustic emisión, tides, and degassing on the Peteroa volcano", Argentina, *Acoustic emission*, 2008, Vol.1: Microseismic, CNEA. ISBN: 978-987-05-4116-5
- [10] Pollock A: Acoustic Emission Inspection, 1989, *Methods of Non-Destructive Evaluation*, **4**, 278-281.